

Leseprobe

Christiani

Technisches Institut für
Aus- und Weiterbildung

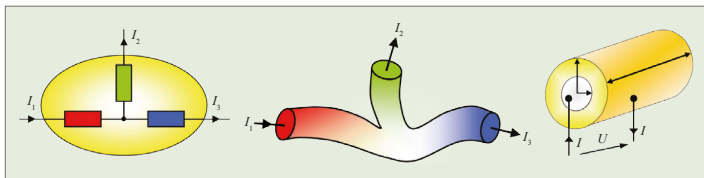
Dipl.-Ing. Univ. Leonhard Stiny

Elektrotechnik für Studierende

Gleichstrom



Band 2



Inhalt

Vorwort 9

1 Grundbegriffe, Definitionen 11

1.1	Elektrische Ladung.....	11
1.2	Elektrischer Strom.....	12
1.3	Stromdichte.....	16
1.4	Elektrisches Potenzial	17
1.5	Elektrische Spannung	18
1.6	Elektrische Arbeit, Leistung.....	22
1.7	Elektrischer Widerstand	24
1.7.1	Leitfähigkeit.....	25
1.7.2	Beweglichkeit	25
1.7.3	Spezifischer Widerstand	26
1.7.4	Widerstand	27
1.7.5	Temperaturabhängigkeit des Widerstandes.....	34
1.8	Zusammenfassung.....	40

2 Der einfache Gleichstromkreis 43

2.1	Minimalstromkreis	43
2.2	Erzeuger- und Verbraucher-Zählpeilsystem	44
2.3	Schaltbilder	45
2.3.1	Aufbau von Schaltbildern.....	45
2.3.2	Grundschriftzeichen der Gleichstromtechnik.....	47
2.3.3	Zusammenschaltung von Zweipolen	49
2.3.4	Darstellung von Schaltbildern	50
2.3.5	Werte von Spannungen und Strömen in Schaltbildern.....	51
2.4	Kennlinien von Zweipolen	52
2.4.1	Lineare Kennlinien	52
2.4.2	Nichtlineare Kennlinien.....	53
2.5	Zusammenfassung.....	54
2.6	Eigenschaften elektrischer Energiequellen	55
2.6.1	Betriebsfälle aktiver Zweipole	55
2.6.2	Die ideale Spannungsquelle.....	56
2.6.3	Die ideale Stromquelle	59
2.6.4	Die reale Spannungsquelle	60
2.6.5	Die reale Stromquelle	65

6	Elektrotechnik für Studierende – Inhalt
2.7	Leistungsabgabe einer realen Spannungsquelle 67
2.8	Umwandlung von Quellen 70
2.9	Zusammenschaltung von Quellen 74
2.9.1	Reihenschaltung von Spannungsquellen 74
2.9.2	Reihenschaltung von Stromquellen 75
2.9.3	Parallelschaltung von Spannungsquellen 76
2.9.4	Parallelschaltung von Stromquellen 78
2.10	Zusammenfassung 82
3	Der erweiterte Gleichstromkreis 85
3.1	Die Kirchhoff'schen Gesetze 85
3.1.1	Zur Terminologie von Netzwerken 85
3.1.2	Die Knotenregel (1. Kirchhoff'sches Gesetz) 87
3.1.3	Die Maschenregel (2. Kirchhoff'sches Gesetz) 90
3.2	Zusammenschaltung von Widerständen 93
3.2.1	Reihenschaltung 93
3.2.2	Parallelschaltung 94
3.2.3	Spannungsteiler 96
3.2.4	Stromteiler 104
3.2.5	Gemischte Schaltungen von Widerständen 106
3.2.6	Stern-Dreieck- und Dreieck-Stern-Umwandlung 108
3.2.7	Brückenschaltungen 111
3.3	Zusammenfassung 119
4	Messung von Gleichspannung und Gleichstrom 121
4.1	Elektrische Messwerke 121
4.1.1	Drehspulmesswerk 123
4.1.2	Dreheisenmesswerk 124
4.2	Spannungsmesser (Voltmeter) 125
4.3	Strommesser (Amperemeter) 127
4.4	Messbereichserweiterung beim Voltmeter 128
4.5	Messbereichserweiterung beim Amperemeter 129
4.6	Gleichzeitiges Messen von Strom und Spannung 130
4.7	Zusammenfassung 132
5	Analysemethoden für Gleichstromnetzwerke 133
5.1	Topologie elektrischer Netzwerke 133
5.2	Netzwerkanalyse mit den kirchhoffschen Gleichungen (Zweigstromanalyse) 139

5.3	Maschenanalyse	152
5.3.1	Allgemeine Vorgehensweise bei der Maschenanalyse.....	152
5.3.2	Maschenanalyse in Matrizenschreibweise.....	154
5.4	Knotenanalyse.....	165
5.4.1	Allgemeine Vorgehensweise bei der Knotenanalyse.....	166
5.5	Der Überlagerungssatz	174
5.5.1	Linearität	174
5.5.2	Analyse von Netzwerken mit dem Überlagerungssatz	177
5.6	Der Satz von der Ersatzspannungsquelle	183
5.7	Zusammenfassung.....	191
6	Ausgleichsvorgänge in Gleichstromkreisen	193
6.1	Allgemeines zu Differenzialgleichungen	195
6.2	Lösen von linearen Differenzialgleichungen	197
6.3	Schaltvorgang beim ohmschen Widerstand	200
6.4	Der Kondensator.....	200
6.4.1	Grundsätzlicher Aufbau und Eigenschaften.....	200
6.4.2	Zusammenschaltung von Kondensatoren	205
6.5	Schaltvorgang beim Kondensator.....	205
6.5.1	Kondensator laden.....	205
6.5.2	Kondensator entladen.....	212
6.6	Die Spule.....	215
6.6.1	Grundsätzlicher Aufbau und Eigenschaften.....	215
6.6.2	Zusammenschaltung von Spulen.....	218
6.7	Schaltvorgang bei der Spule.....	219
6.7.1	Spule einschalten.....	219
6.7.2	Spule ausschalten.....	220
6.8	Zusammenfassung.....	224
7	Nichtlineare Gleichstromkreise.....	227
7.1	Nichtlineare Bauelemente	228
7.1.1	Nichtlineare Widerstände	228
7.1.2	Die Diode.....	229
7.2	Behandlung nichtlinearer Gleichstromkreise.....	232
7.2.1	Arbeitspunkt eines nichtlinearen Widerstandes	232
7.2.2	Nichtlinearer Spannungsteiler	233
7.2.3	Grafische Reihenschaltung	236
7.2.4	Grafische Parallelschaltung.....	238

8	Elektrotechnik für Studierende – Inhalt
8	Literaturverzeichnis 241
9	Stichwortverzeichnis 243

Vorwort

Der erste Band dieser Buchreihe „Elektrotechnik für Studierende“ behandelt mathematische Verfahren und Konzepte, erläutert die Ursachen des Stromes und die Grundlagen elektrischer Stromkreise.

So wie Band 1 ist auch dieser Band 2 als Lehr- und Studienbuch für alle gedacht, die sich in ihrem Studium mit der Elektrotechnik beschäftigen müssen. Die Ausführungen im Band 2 geben sowohl für die Fachrichtung Elektrotechnik als auch für Studiengänge anderer technisch-naturwissenschaftlicher Zweige wie Maschinenbau, Automatisierungs- und Produktionstechnik, Biomedical Engineering oder Informatik eine verständliche Einführung in das Gebiet der Gleichstromtechnik. Dieser Bereich steht oft zu Beginn von Vorlesungen der Elektrotechnik. An Akademien, Fachhochschulen und Universitäten kann dieses Werk als Leitfaden von Lehrveranstaltungen dienen, welche Gleichstrom zum Inhalt haben. Für Studierende ist es sowohl zum Selbststudium als auch als vorlesungsbegleitendes Ergänzungswerk geeignet. Ingenieure in der Berufspraxis können ihr Wissen um Vorgehensweisen und Berechnungsverfahren auffrischen und vertiefen.

Vorausgesetzt werden Kenntnisse in Mathematik, welche in etwa dem Abitur an einem mathematisch-naturwissenschaftlichen Gymnasium oder dem Abschluss in einem technischen Zweig einer Fachoberschule oder Berufsoberschule entsprechen. Differenzieren und Integrieren und auch das Rechnen mit Matrizen wird als geläufig angenommen. Ein Grundwissen in der Elektrophysik sollte ebenfalls vorhanden sein.

Nach einer Festlegung und Erläuterung von Grundbegriffen im ersten Abschnitt wird im zweiten Abschnitt der einfache Gleichstromkreis behandelt. Grafische Darstellungen von technischen Sachverhalten, wie sie in der Elektrotechnik üblich sind, bilden die Grundlage für die Erläuterung von Aufbau und Eigenschaften des Grundstromkreises. Quellen und Verbraucher werden mit ihren ausführbaren Betriebsfällen und möglichen Arten der Zusammenschaltung untersucht.

Die Gesetze zur Berechnung verzweigter Gleichstromkreise werden in Abschnitt drei vorgestellt. In Abschnitt vier wird ein grundlegendes Wissen um das Messen von Größen in Gleichstromkreisen vermittelt.

Abschnitt fünf zeigt, wie Netzwerke mit standardisierten Berechnungsmethoden analysiert werden können. Der Einsatz von Matrizen spielt hier eine zentrale Rolle.

In Abschnitt sechs werden einfache Ausgleichsvorgänge in Gleichstromkreisen behandelt. Dabei wird nicht nur auf fertige Formeln zurückgegriffen, es

wird das Verständnis der physikalischen Vorgänge und mathematischen Lösungsverfahren gefördert.

Abschnitt sieben zeigt in konzentrierter Form die Möglichkeiten zu einer grafischen Analyse von nichtlinearen Gleichstromkreisen.

Viele Abbildungen erleichtern das Verständnis des Stoffes. Zusammenfassungen am Ende der Kapitel heben das Wesentliche hervor. Vor allem aber ermöglichen zahlreiche Beispiele, die meisten in Form von Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen, das Wissen durch eigene Berechnungen zu vertiefen und zu festigen. Somit kann das Werk auch eine Hilfe sein, um sich auf eine Prüfung vorzubereiten.

Haag a. d. Amper, im September 2012

Leonhard Stiny

1.3 Stromdichte

Die **Stromstärke** I ist in einem Leiter an jeder Stelle gleich, auch wenn sich der Querschnitt des Leiters ändert. Wird die durch eine bestimmte Querschnittsfläche A eines Leiters fließende Stromstärke betrachtet, so ergibt sich ein Maß für die Belastung des Leiters. Die *Stromstärke I pro Querschnittsfläche A* eines Leiters wird als **Stromdichte** S bezeichnet. Die Stromdichte wird auch *Stromflussdichte* genannt, als Formelzeichen wird statt S auch j oder J verwendet.

Bei homogenem Stromfluss (gleichmäßig verteilten Ladungsträgern) senkrecht durch eine Querschnittsfläche des Leiters gilt:

$$S = \frac{I}{A} \quad (1.9)$$

Die Einheit der Stromdichte ist:

$$[S] = \frac{\text{A}}{\text{m}^2} = 10^{-4} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} = 10^{-6} \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \quad (1.10)$$

Die wirksame durchströmte Querschnittsfläche eines Leiters ist abhängig von ihrer Lage zur Strömungsrichtung der Ladungsträger. Die Stromdichte ist daher eine vektorielle Größe.

Durch einen Vektor \vec{S} der Stromdichte können die Richtung von strömenden Elektronen und die Lage der durchströmten Fläche zueinander in Bezug gebracht werden. \vec{S} hat die gleiche Richtung wie der Geschwindigkeitsvektor der Ladungsträger, sein Betrag ist durch die elektrische Feldstärke gegeben, welche das Fließen der Ladungsträger hervorruft. Die durchströmte Querschnittsfläche besitzt den Flächenvektor \vec{A} mit dem Betrag der Fläche und der Richtung der Flächennormalen. Die Bewegungsrichtung der Ladungsträger bildet mit der durchströmten Fläche den Winkel α . Der Strom ist das Skalarprodukt aus \vec{S} und \vec{A} :

$$I = \vec{S} \cdot \vec{A} = S \cdot A \cdot \cos(\alpha) \quad (1.11)$$

Der Betrag der Stromdichte ist dann:

$$S = \frac{I}{A} \cdot \cos(\alpha) \quad (1.12)$$

Beispiel 62

Gegeben ist die nicht abgeglichene Wheatstone-Brücke von Abb. 131. Gesucht sind die Spannung U und der Strom I . Gegeben sind folgende Werte:

$$U_0 = 10 \text{ V}, R = 470 \text{ } \Omega, R_1 = 100 \text{ } \Omega, R_2 = 150 \text{ } \Omega, R_3 = 330 \text{ } \Omega, R_4 = 220 \text{ } \Omega$$

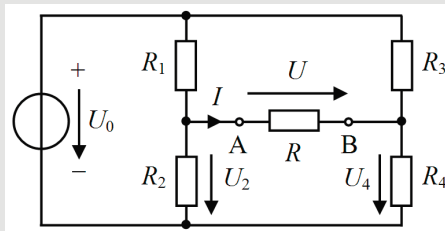


Abb. 131: Wheatstone-Brücke

Lösung:

Die Verwendung einer Ersatzspannungsquelle hat den Vorteil, dass damit Strom und Spannung im Brückenweig sehr einfach bestimmt werden können. Die gesamte Schaltung wird bis auf den Widerstand R durch eine Ersatzspannungsquelle ersetzt. Zuerst wird die Leerlaufspannung zwischen den Klemmen A-B des Brückenweiges bestimmt. Im Leerlauf fließt kein Brückenstrom ($I = 0$), zur Berechnung von U_2 und U_4 kann somit die Spannungsteilerformel verwendet werden.

$$U_L = U_2 - U_4 = U_0 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

Mit den gegebenen Zahlenwerten ist $U_L = 2,0 \text{ V}$.

Zur Berechnung des Innenwiderstandes der Ersatzspannungsquelle wird die Spannungsquelle U_0 durch einen Kurzschluss ersetzt. Dadurch sind die Widerstände R_1, R_2 sowie R_3, R_4 parallel geschaltet, die beiden Parallelschaltungen liegen in Reihe.

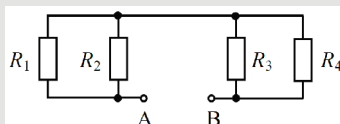


Abb. 132: Restliches Netzwerk bei kurzgeschlossener Spannungsquelle

Der Innenwiderstand kann jetzt leicht berechnet werden.

6.6.2 Zusammenschaltung von Spulen

Die folgenden Formeln gelten nur für Spulen, die magnetisch nicht gekoppelt sind, deren Magnetfelder also die jeweils andere Spule nicht durchsetzen.

6.6.2.1 Reihenschaltung

Die Gesamtinduktivität L_{ges} von n in Reihe geschalteten Spulen ist gleich der Summe der Einzelinduktivitäten.

$$L_{ges} = L_1 + L_2 + \dots + L_n \quad (6.73)$$

6.6.2.2 Parallelschaltung

Werden Spulen parallel geschaltet, so ist der reziproke Wert der Gesamtinduktivität L_{ges} gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelinduktivitäten:

$$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \quad (6.74)$$

Bei zwei parallel geschalteten Spulen gilt:

$$L_{ges} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \quad (6.75)$$

6.7 Schaltvorgang bei der Spule

6.7.1 Spule einschalten

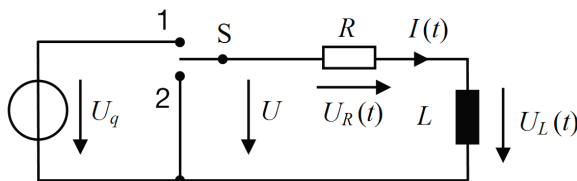


Abb. 143: Zum Schaltvorgang bei der Spule

Der Schalter S in Abb. 143 ist seit langer Zeit in Stellung 2, die Spule L besitzt also kein Magnetfeld und der Strom $I(t)$ ist null. Der Einschaltvorgang beginnt, wenn der Schalter zum Zeitpunkt $t = 0$ in Stellung 1 gebracht wird.

Für Zeiten $t > 0$ erhalten wir durch einen Maschenumlauf eine Bestimmungsgleichung für den Spulenstrom:

7.2 Behandlung nichtlinearer Gleichstromkreise

7.2.1 Arbeitspunkt eines nichtlinearen Widerstandes

In einem einfachen Gleichstromkreis aus einer Spannungsquelle mit Innenwiderstand und ohmscher Last können Spannung an der Last und Strom durch die Last mithilfe der kirchhoffschen Maschenregel berechnet werden. In Abschnitt 2.6.4.3 wurde dieser Lastfall bei einer realen Spannungsquelle bereits besprochen. Wie dort erwähnt und in Abb. 33 gezeigt, besteht eine weitere Möglichkeit in einer grafischen Lösung. Die abfallende Kennlinie der realen Spannungsquelle und die ohmsche Kennlinie der Last (die Lastgerade) schneiden sich im Arbeitspunkt. Im Arbeitspunkt sind Spannung und Strom von Erzeuger und Verbraucher gleich groß.

Auch für einen Stromkreis aus einem linearen aktiven und einem nichtlinearen passiven Zweipol gilt, dass Ströme und Spannungen an den gemeinsamen Klemmen gleich sein müssen. Diese Tatsache nützt man für die grafische Ermittlung dieser Größen (grafisches Schnittpunktverfahren). Die Kennlinien von Quellen-Zweipol und Verbraucher-Zweipol werden in ein gemeinsames Koordinatensystem eingezeichnet. Ströme und Spannungen sind dort für beide Zweipole gleich, wo sich die beiden Kennlinien schneiden. Eine grafische Bestimmung von Lastspannung und -strom ist somit auch für eine nichtlineare Last möglich. Die Eigenschaft eines nichtlinearen Zweipols wird im Datenblatt meist als I - U -Kennlinie angegeben. Eine analytische Angabe der Kennlinie liegt überwiegend nicht vor, sodass eine rechnerische Lösung nicht möglich ist. Eine grafische Lösung hingegen ist relativ einfach, wie in Abb. 153 gezeigt wird. Die Kennlinie des nichtlinearen Lastwiderstandes R_L wurde willkürlich vorgegeben. Die Spannung an der Last $U_{KL,AP}$ und der Strom durch die Last $I_{L,AP}$ können als zum Arbeitspunkt gehörige Werte in der Grafik unmittelbar abgelesen werden.

Befindet sich die nichtlineare Last in einem verzweigten Netzwerk, so kann das den Zweipol umgebende Netzwerk zuerst in eine Ersatzspannungsquelle umgewandelt werden, ehe das grafische Verfahren angewandt wird.

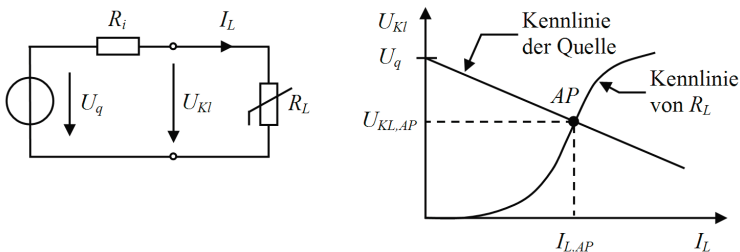


Abb. 153: Bestimmung der Werte des Arbeitspunktes für eine nichtlineare Last