

Alois Gilz, Konrad Richter

Das Mathematikbuch für Maler und Lackierer

5. Auflage

Bestellnummer 6680



Bildungsverlag EINS
a Wolters Kluwer business



Haben Sie Anregungen oder Kritikpunkte zu diesem Buch?
Dann senden Sie eine E-Mail an 00000@bv-1.de
Autoren und Verlag freuen sich auf Ihre Rückmeldung.

www.bildungsverlag1.de

Bildungsverlag EINS
Sieglarer Straße 2, 53842 Troisdorf

ISDN 978-3-8242-**6680**-7

© Copyright 2007: Bildungsverlag EINS GmbH, Troisdorf
Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf deshalb der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Vorwort

- Praxisnah,
- schülergerecht,
- unterrichtsunterstützend

ist dieses neue Mathematikbuch für Maler und Lackierer. Es bietet in 24 sachlogisch aufgebauten Kapiteln den kompletten Unterrichtsstoff für die dreijährige Ausbildung.

- Aufmaßlesen,
- Aufmaßschreiben und
- Aufmaßrechnen

bilden in neun Kapiteln den Schwerpunkt. Diese Themen sind praxisgerecht dargestellt als Anwendung der Flächen- und Körperoberflächenberechnung, des Klammerrechnens und der Vorschriften der VOB; selbstverständlich auf der Grundlage der neuen VOB DIN 18 363. Trainiert werden auch Zeichnungslesen und räumliches Vorstellungsvermögen.

Die Schreibweise der Formelzeichen, Flächen- und Körperformeln sowie der Aufmaßregeln entspricht den Empfehlungen des Arbeitskreises Schulen im Hauptverband Farbe, Gestaltung, Bautenschutz, Bundesinnungsverband des deutschen Maler- und Lackiererhandwerks.

- Insgesamt wurden über 700 oftmals zusätzlich unterteilte Aufgaben aufgenommen, die einen leistungsdifferenzierten Unterricht ermöglichen.
- Auch Aufgaben für Lackierer wurden angemessen berücksichtigt.
- Das Werk enthält einen Abschnitt über EDV-gerechte Aufmaßschreibweise.
- Projektaufgaben, die in Teilprojekte unterteilt werden können, runden die Aufgabensammlung ab.

Wir wünschen Ihnen viel Freude und Erfolg bei der Arbeit mit diesem Buch.

Autoren und Verlag

Zu den Autoren

Alois Gilz ist Studiendirektor an der Berufsbildenden Schule für Gewerbe und Technik in Trier;

Konrad J. Richter ist Oberstudiendirektor und Schulleiter an den Berufsbildenden Schulen des Rhein-Sieg-Kreises in Hennef und Vorsitzender des Arbeitskreises Schulen im Hauptverband Farbe, Gestaltung, Bautenschutz, Bundesin-nungsverband des deutschen Maler- und Lackiererhandwerks.

Inhaltsverzeichnis

1 Zahlen und Grundrechenarten	7	9 Oberflächenberechnung von Körpern	44
Zahlen und Zahlensysteme		Gerade Körper	
Rundungsregeln		Spitze Körper	
Grundrechenarten und Rechenzeichen		Stumpfe Körper	
		Kugel	
2 Rechnen mit Brüchen	10	10 Volumen, Masse, Dichte	54
Arten von Brüchen		Volumeneinheiten und -umrechnung	
Umrechnen von Brüchen		Volumen gerader Körper	
Addition und Subtraktion von Brüchen		Volumen spitzer Körper	
Multiplikation und Division von Brüchen		Volumen stumpfer Körper	
		Masse – Dichte	
3 Rechnen mit dem Taschenrechner	14	11 Werkstoffberechnung	60
Funktionen des Taschenrechners		Brutto – Netto – Tara	
Punkt- und Strichrechnung		Werkstoffpreise	
Überschlagsrechnen und Runden		Werkstoffbedarf	
Konstante- und Speicherrechnung			
Rechnen mit Zeiteinheiten			
		12 Aufmaßschreiben und Aufmaßlesen	63
4 Rechnen mit Klammern	18	Aufmaß nach Zeichnung	
Klammerregeln		Aufmessen von Beschichtungsarbeiten	
Klammerarten		am Objekt	
Klammerrechnen mit dem Taschenrechner			
		13 Aufmaß und Abrechnung nach VOB	72
5 Dreisatzrechnen (Proportionalität)	21	Abrechnung nach Längenmaß	
Einfacher Dreisatz		Abrechnung nach Flächenmaß	
Zusammengesetzter Dreisatz		Abrechnung nach Abwicklungen	
Verhältnisrechnen		Öffnungen und Aussparungen –	
Mischungsrechnen		Zuzüge, Abzüge	
Goldener Schnitt		Abrechnung nach Tabellen	
		14 Aufmaß und Abrechnung von Fenstern	
6 Prozentrechnen – Zinsrechnen	26	und Türen	92
Prozentrechnen:		Fenster	
Grundwert – Prozentsatz – Prozentwert		Türen	
Zinsrechnen: Kapital – Zinssatz – Zinsen			
Bequeme Teiler		15 Aufmaß und Abrechnung von	
Prozentrechnen mit dem verminderten oder		Treppenhäusern	104
vermehrten Grundwert		Decken, Wände, Untersichten	
Prozentrechnen mit dem Taschenrechner		Treppen, Wangen, Geländer	
		16 Aufmaße von kompletten Innenräumen	112
7 Längenberechnung	31	Aufmaß von Beschichtungsarbeiten	
Längeneinheiten und -umrechnung		in Einzelräumen	
Maßstabrechnen		Aufmaß von komplexen Grundrissen	
Zeichnungsbemaßung		EDV-gerechte Abrechnung von Malerarbeiten	
		17 Aufmaße und Abrechnung von Fassaden	122
8 Flächenberechnung	34	Elementarflächen	
Flächeneinheiten und -umrechnung		Verschiedene Fassadenbauteile	
Viereckige Flächen		Fachwerkfassaden	
Dreieckige Flächen		Erker, Balkone und Loggien	
Runde Flächen			
Zusammengesetzte Flächen			

18 Aufmaß und Abrechnung von Heizkörpern und Stahlkonstruktionen . . .	138
Heizkörper	
Bauteile nach Längen- und Flächenmaß	
Stahlprofile, Abrechnung nach Tabellen	
Werkstoff und Materialbedarf	
19 Decken und Wandbekleidungsarbeiten . .	148
Werkstoff und Materialbedarf	
Werkstoffbedarf bei Wandbekleidungen mit Rapporten	
Ermittlung des Werkstoffbedarfs nach Tabellen	
Treppenhauswände	
Deckensicht und Dekor-Platten	
20 Aufmaß und Abrechnung von Bodenbelägen	157
Bodenbelagsbedarf	
Kleber – Fußleisten	
Aufmaß von Bodenbelagsarbeiten nach VOB	
21 Wärmedämmung	163
Berechnung des U -Wertes	
22 Lohnberechnung	167
Rahmentarifvertrag (RTV)	
Lohnabzüge	
23 Kalkulation	171
Lohnpreis	
Werkstoffpreis	
24 Projekt: Renovierung einer Kindertagesstätte	179
25 Projekt: Lackierung eines LKW-Aufliegers	194
Bauphysikalische Grundlagen der Wärmeübertragung	195
Anwendung der Abrechnungsregeln nach VOB ATV DIN 18363, Ausgabe Oktober 2006 . .	196
Sachwortregister	200

1 Zahlen und Grundrechenarten

Zahlen und Zahlensysteme

Mit Zahlen werden Werte oder Mengen angegeben. Als Zahlensymbole dienen die Ziffern. Wir benutzen die arabischen Ziffern:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Der Wert, den eine Ziffer in einer mehrstelligen Zahl annimmt, hängt von ihrer Stelle innerhalb der Zahl ab. Deshalb wird unser Zahlensystem auch als Stellenwertsystem bezeichnet.

In der Zahl 15 084,05 beispielsweise gelten folgende Zuordnungen:

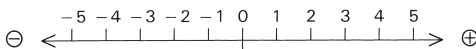
◆ Beispiel 1.1:

Die Zahl 15 084,05 hat

1 Zehntausender	←	15 084,05	hat	0 Zehntel
5 Tausender	←			5 Hundertstel
0 Hunderter	←			
8 Zehner	←			
4 Einer	←			

Rechts und links vom Komma sind beliebig viele Stellen möglich, je nach Wert der Zahl. Wegen der zehn grundlegenden Zahlensymbole heißt unser Zahlensystem auch Dezimalsystem (dezimal, lat.: auf die Zahl 10 bezogen).

Man kann sich die Zahlen und den Wert einer Zahl veranschaulichen anhand eines Zahlenstrahles, auf dem ein jeder Punkt einer ganz bestimmten Zahl entspricht. Vom Nullpunkt aus trägt man die positiven Zahlen nach rechts und die negativen Zahlen nach links auf.



Negative Zahlen sind durch das Minuszeichen vor der Zahl erkenntlich. Das Pluszeichen vor den posi-

tiven Zahlen wird gewöhnlich weggelassen. Nach links und rechts kann der Zahlenstrahl beliebig fortgesetzt werden; es gibt keine größte positive oder negative Zahl.

Unter den Zahlen gibt es solche mit besonderen Eigenschaften, darunter auch die Primzahlen. Diese sind lediglich durch sich selbst und durch 1 teilbar; sie werden beim Bruchrechnen eine Rolle spielen. Die Reihe der Primzahlen beginnt mit:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

Römische Zahlen

Bei Renovierungsarbeiten stößt der Maler und Lackierer mitunter auf römische Zahlen. Sie werden ebenfalls von links nach rechts geschrieben, wobei jedes Zahlenzeichen höchstens dreimal hintereinander auftreten darf. Jede der Ziffern, deren Schreibweise den Großbuchstaben unserer lateinischen Schrift entlehnt ist, hat einen bestimmten Wert.

Die Ziffern der römischen Zahlen werden in wertmäßig fallender Abfolge hintereinander angeordnet und der Reihe nach zusammengezählt. Steht jedoch eine kleinere Ziffer vor einer größeren – auch diese Abfolge ist zur Bildung gewisser Zahlen notwendig –, dann wird die kleinere von der größeren abgezogen.

Römische Ziffern (mit den zugehörigen Zahlenwerten) sind:

I (= 1), X (= 10), C (= 100), M (= 1000).
V (= 5), L (= 50), D (= 500),

◆ Beispiele 1.2 bis 1.5:

LIII (= 53) CCCLXXXVIII (= 388)
LXXIV (= 74) MCMXCVIII (= 1998)

Rundungsregeln

Bei Aufmaßberechnungen, die man für die Abrechnung von Malerarbeiten benötigt, müssen Dezimalzahlen auf eine Genauigkeit von zwei Stellen gebracht werden. Daher muss oft die letzte benötigte Ziffer (Rundestelle) auf- oder abgerundet werden.

Es wird aufgerundet, wenn die Ziffer nach der Rundestelle 5, 6, 7, 8, 9, also größer oder gleich fünf ist.

◆ Beispiel 1.6:

12,6571 ergibt aufgerundet 12,66.

Es wird abgerundet, wenn die Ziffer nach der Rundestelle 0, 1, 2, 3, 4, also kleiner oder gleich vier ist.

◆ Beispiel 1.7:

12,6517 ergibt abgerundet 12,65.

1 Zahlen und Grundrechenarten

Bei der Aufmaßermittlung aus Zeichnungen wäre es korrekt, die bei der Bemaßung angegebene dritte Dezimalstelle (z. B. 3,38⁵) mitzuschreiben und auch mitzurechnen und erst beim Ergebnis auf- oder abzurunden. (Siehe dazu Kapitel 12) In der

Praxis der Maler- und Lackiererarbeiten werden die Maßzahlen und die Zwischenergebnisse schon gerundet. Die dabei entstehende Differenz ist ohne Bedeutung.

Grundrechenarten und Rechenzeichen

Die vier Grundrechenarten sind: Addieren (Zusammenzählen), Subtrahieren (Abziehen), Multiplizieren (Malnehmen) und Dividieren (Teilen). Der

nachstehenden Tabelle können Rechenzeichen, Ausführung und Beispiele entnommen werden.

Rechenart	Beispiele und Benennungen	Rechenzeichen	spricht:	Ergebnis heißt:	Zusammenfassung
1. Addition; addieren oder zusammenzählen	$6 + 3 = 9$; 6 und 3 heißen Summanden oder Glieder	+	plus und	Summe	Rechnen mit + und – bezeichnet man als „Strichrechnen“
2. Subtraktion; subtrahieren oder abziehen	$6 - 3 = 3$; 6 heißt Minuend, 3 heißt Subtrahend	–	minus weniger	Differenz	
3. Multiplikation; multiplizieren oder malnehmen	$6 \cdot 3 = 18$; 6 und 3 heißen Faktoren	· × ✕	mal	Produkt	Rechnen mit · und : (auch mit dem Bruchstrich) bezeichnet man als „Punktrechnen“
4. Division; dividieren oder teilen	$6 : 3 = 2$; 6 heißt Dividend, 3 heißt Divisor	: /	geteilt durch	Quotient	

Weitere Rechenzeichen:

= gleich ≈ nahezu gleich ≠ ungleich \triangle entspricht > größer als < kleiner als
 $3 = 3$ $3,1415... \approx 3,14$ $3 \neq 5$ $75 \text{ cm}^3 \triangle 30 \%$ $3 > 2$ $2 < 3$

Berechnen Sie die Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma!
 (Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

- | | |
|---|--|
| 1.1 $3\,570 + 95 + 19,35 + 0,515 + 0,032$ | 1.13 $375 + 42,5 - 30,1 - 140,25 + 0,375$ |
| 1.2 $7\,500 + 75 + 17,25 + 0,785 + 0,023$ | 1.14 $435 + 90,5 - 37,2 - 190,75 - 3,185$ |
| 1.3 $870,5 + 70,1 + 3,142 + 0,141 + 0,005$ | 1.15 $18,005 + 1\,700,5 + 307,5 - 3,208$ |
| 1.4 $840,5 + 60,1 + 1,414 + 0,314 + 0,004$ | 1.16 $78,25 - 435,75 - 75,005 + 433,5$ |
| 1.5 $780,5 - 70,1 - 19,42 - 5,167 - 0,141$ | 1.17 $8\,450 \cdot 3,14$ |
| 1.6 $640 - 60,1 - 12,45 - 3,245 - 0,314$ | 1.18 $6\,230 \cdot 3,14$ |
| 1.7 $95 - 17,25 - 0,617 - 0,032 - 0,005$ | 1.19 $375,6 \cdot 0,523$ |
| 1.8 $75 - 19,36 - 0,275 - 0,075 - 0,004$ | 1.20 $458,6 \cdot 0,523$ |
| 1.9 $935 + 78 - 60,7 - 13,25 + 1,875$ | 1.21 $41,85 \cdot 0,785$ |
| 1.10 $535 + 175 - 80,5 - 23,25 + 2,785$ | 1.22 $78,94 \cdot 0,785$ |
| 1.11 $732 + 19,35 + 0,834 - 60,1 - 0,314$ | 1.23 $0,236 \cdot 0,53$ |
| 1.12 $624 - 23,73 + 0,758 - 70,4 - 0,231$ | 1.24 $0,019 \cdot 0,374$ |
| | 1.25 $7\,325 : 2,5$ |
| | 1.26 $9\,230 : 2,5$ |
| | 1.27 $450,5 : 3,14$ |
| | 1.28 $750,5 : 3,14$ |
| | 1.29 $8,912 : 0,785$ |
| | 1.30 $7,321 : 0,785$ |
| | 1.31 $0,516 : 2,34$ |
| | 1.32 $5,782 : 0,329$ |

1 Zahlen und Grundrechenarten

1.33 Erklären Sie die folgenden Begriffe:

- | | |
|---------------|--------------|
| a) Minuend | f) Differenz |
| b) Divisor | g) Produkt |
| c) Subtrahend | h) Faktor |
| d) Summand | i) Quotient |
| e) Dividend | j) Summe |

1.34 Ordnen Sie die folgenden Zahlen

a) nach größer als:

152,13476; 712,985; 89,273; 152,13576; 5,68.

b) nach nahezu gleich:

18,2633; 18,75; 18,92; 18,26; 18,96; 18,755.

c) nach kleiner als:

1 265,1; 712,91; 1 265,16666; 12,345; 721,382.

1.35 Für eine Wohnung werden 158 m Fußleisten bestellt. Folgende Längen werden berechnet: Wohnzimmer 38,17 m, Küche 13,42 m, Schlafzimmer 23,82 m, Kinderzimmer 19,53 m, Arbeitszimmer 21,34 m, Flur und Diele zusammen 39,76 m. Wie viel Meter im Verschnitt bleiben übrig?

1.36 Sie sollen Beschichtungsflächen abrechnen. Folgende Eintragungen liegen vor: 12,17 m²; 0,86 m²; 153,50 m²; 77,13 m²; 48,65 m²; 147,90 m²; 4,05 m²; 36,25 m²; 131,00 m². Wie viel m² wurden bearbeitet?

1.37 In einem Wohngebiet mit sieben fünfetagigen Häusern soll der Treppenanstrich erneuert werden. Wie viele Stufen müssen gestrichen werden, wenn zu jeder Etage 18 Stufen gehören?

1.38 Ein Wohnzimmer hat eine tapezierte Wandfläche von 29,25 m². Wie viele Europarollen Wandbekleidung müssen mindestens bestellt werden, wenn der Flächeninhalt einer Rolle 5,33 m² beträgt?

1.39 Für 1 m² Beschichtung wird 0,320 l Dispersionsfarbe benötigt. Wie viel m² können mit einem 10-Liter-Gebinde beschichtet werden?

1.40 Sie sollen ein Lager mit unbrauchbar gewordenen Beschichtungsstoffen aufräumen und müssen einen Sondermüllcontainer bestellen. Sie haben Behälter unterschiedlichen Fassungsvermögens vorliegen: 23 Behälter zu 5 l, 14 Behälter zu 8 l, 12 Behälter zu 15 l.

Wie viel l muss der Container mindestens fassen können, wenn Sie wegen der lockeren Packung der Abfälle das 1,3fache des Gesamtvolumens aller Behälter zu berücksichtigen haben?

1.41 Für vereinbarte regelmäßige Materiallieferungen von verschiedenen Lieferanten zahlt ein Malermeister monatlich 4830 € und zusätzlich vierteljährlich 3 560 € sowie halbjährlich 1 950 €. Wie hoch sind die jährlichen Materialkosten?

1.42 Für die Lohnminute eines Gesellen werden 0,65 € kalkuliert. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag, wenn der Geselle drei Tage zu je 8 Stunden und zusätzlich 3 1/4 Stunden gearbeitet hat?

1.43 Drei Malermeister teilen sich einen Auftrag. Der erste Maler erledigt die Hälfte des Auftrages, und die beiden anderen übernehmen den Rest. Dementsprechend teilen sie auch die Rechnungssumme von 131 123,80 € untereinander auf. Wie viel € bekommt der erste Meister, und wie viel bekommen die beiden anderen?

1.44 Sie wollen für den Urlaub eine Reise buchen und benötigen dafür 2 345 €. Ihr Kontostand beträgt 1 645,78 €, und Sie können in den folgenden drei Monaten noch jeweils 325 € sparen. Wie viel Taschengeld bleibt Ihnen, wenn Sie noch 275 € Urlaubsgeld bekommen?

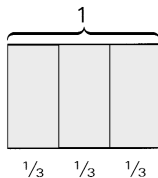
1.45 Ein Geselle hat ein durchschnittliches Monatseinkommen von 875 € netto und feste Ausgaben in Höhe von 690 €. Wie viel kann er jährlich sparen, wenn er die Hälfte des Überschusses zurücklegt?

2 Rechnen mit Brüchen

Arten von Brüchen

Wenn man ein Ganzes in zwei oder mehrere gleich große Teile zerlegt, so führt das zu den Bruchzahlen. Ein Bruch besteht aus dem Zähler (oberhalb des Bruchstriches) und dem Nenner (unterhalb des Bruchstriches). Der Nenner gibt an, in wie viel Teile das Ganze zerlegt worden ist. Der Zähler bezeichnet die Anzahl dieser Teilstücke.

◆ Beispiel 2.1:



$$1 : 3 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Übersicht über die verschiedenen Brucharten

Bezeichnung	Beispiele	Kennzeichen
Echte Brüche	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}$	Der Zähler ist kleiner als der Nenner.
Unechte Brüche	$\frac{1}{1}, \frac{12}{12}, \frac{7}{4}, \frac{13}{11}$	Der Zähler ist gleich groß wie oder größer als der Nenner.
Gleichnamige Brüche	$\frac{2}{15}, \frac{4}{15}, \frac{11}{15}, \frac{13}{15}$	Die Brüche haben gleiche Nenner.
Ungleichnamige Brüche	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{9}$	Die Brüche haben verschiedene Nenner.
Gemischte Zahlen	$1\frac{1}{2}, 2\frac{3}{4}, 12\frac{5}{11}$	Sie bestehen aus einer ganzen Zahl und einem Bruch.

Wenn man die Division ausführt, die durch einen Bruch vorgegeben ist, nämlich den Zähler durch den Nenner teilt, dann erhält man die Dezimalzahlen. Davon gibt es drei Arten, je nachdem, ob die Anzahl der Stellen nach dem Komma endlich, nichtperiodisch unendlich oder periodisch unendlich ist.

Bezeichnung	Beispiele	Kennzeichen
Endliche Dezimalzahlen	0,25; 0,75; 1,432; 12,876	Auf das Komma folgt eine endliche Anzahl von Stellen.
Unendliche nicht-periodische Dezimalzahlen	0,987432... $\pi = 3,14159...$	Auf das Komma folgen unendlich viele Stellen mit nicht wiederkehrender Ziffernfolge.
Unendliche periodische Dezimalzahlen	0,33333... 0,124124...	Bei diesen Zahlen steht nach dem Komma immer die gleiche Ziffer oder eine regelmäßig wiederkehrende Ziffernfolge.

Umrechnen von Brüchen

Erweitern und Kürzen

Um mit Brüchen rechnen zu können, müssen sie mitunter – unter Beibehaltung ihres Zahlenwertes – umgewandelt werden. Der Wert eines Bruches wird nicht verändert, wenn Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert oder dividiert werden.

Ein Bruch wird erweitert, indem Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert werden. Beim Kürzen werden Zähler und Nenner eines Bruches durch die selbe Zahl dividiert.

2 Rechnen mit Brüchen

◆ Beispiel 2.2:

Der Bruch $\frac{2}{3}$ soll so erweitert werden, dass im Nenner die Zahl 12 steht.

Lösung:

$$\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

Ein Bruch wird gekürzt, indem Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert werden.

◆ Beispiel 2.3:

Der Bruch $\frac{8}{12}$ soll so gekürzt werden, dass im Nenner die Zahl 6 steht.

Lösung:

$$\frac{8 : 2}{12 : 2} = \frac{4}{6}$$

Umrechnen von Brüchen in Dezimalzahlen

Ein Bruch wird in eine Dezimalzahl umgewandelt, indem der Zähler durch den Nenner geteilt wird.

◆ Beispiele 2.4 und 2.5:

$$\frac{1}{5} = 1 : 5 = \underline{0,2}$$

$$\frac{155}{12} = 155 : 12 = \underline{12,91666\dots}$$

Umrechnen von Dezimalzahlen in Brüche

Endliche Dezimalzahlen werden in Brüche umgewandelt, indem die Zahl hinter dem Komma mit $10/10$, $100/100$, $1\,000/1\,000$ usw. erweitert, d. h. multipliziert wird. Der Anzahl der Stellen hinter dem Komma entspricht die Anzahl der Nullen im Erweiterungsbruch. Er hat den Wert 1 und verändert daher bei der Multiplikation den Zahlenwert hinter dem Komma nicht.

Durch dieses Erweitern mit dem Faktor 1 wird die Zahl hinter dem Komma Zähler, und der jeweilige Erweiterungsdenner (10, 100, 1 000 usw.) bleibt erhalten. Wenn möglich, wird dann gekürzt.

◆ Beispiele 2.6 und 2.7:

$$0,75 = 0,75 \cdot \frac{100}{100} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$4,125 = 4 + 0,125 \cdot \frac{1\,000}{1\,000} = 4 \frac{125}{1\,000} = 4 \frac{1}{8}$$

Addition und Subtraktion von Brüchen

Brüche können nur dann addiert oder subtrahiert werden, wenn sie den gleichen Nenner haben. Ist das nicht der Fall, so werden sie gleichnamig gemacht. Dafür muss der so genannte Hauptnenner ermittelt werden. Das ist die kleinste auffindbare Zahl, die durch alle Nenner der zu addierenden oder subtrahierenden Brüche teilbar ist. Der Hauptnenner wird durch eine Primfaktorenzerlegung bestimmt.

◆ Beispiel 2.8:

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{12} + \frac{8}{15} - \frac{5}{24} = ?$$

Lösung:

Die Nenner der einzelnen Brüche werden der Reihe nach auf ihre Teilbarkeit durch die Primzahlen – von 2 an aufwärts – geprüft. Das Verfahren ist beendet, wenn in der letzten Reihe nur noch Einsen stehen.

Das Produkt der als Teiler aufgelisteten Primzahlen ist der kleinste Hauptnenner.

5	12	15	24	:	2
⇒ 5	6	15	12	:	2
⇒ 5	3	15	6	:	2
⇒ 5	3	15	3	:	3
⇒ 5	1	5	1	:	5
⇒ 1	1	1	1		

$$\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120}$$

Wird der Hauptnenner durch die einzelnen Nenner der zu addierenden Brüche dividiert, so ergibt sich jeweils der Erweiterungsfaktor.

$$\frac{3 \cdot 24}{120} + \frac{7 \cdot 10}{120} + \frac{8 \cdot 8}{120} - \frac{5 \cdot 5}{120}$$

$$= \frac{72 + 70 + 64 - 25}{120} = \frac{181}{120} = 1 \frac{61}{120}$$

2 Rechnen mit Brüchen

Multiplikation und Division von Brüchen

Brüche werden multipliziert, indem Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner auf einen gemeinsamen Bruchstrich geschrieben und dann multipliziert werden. Das Ergebnis wird durch gemeinsame Teiler in Zähler und Nenner so weit wie möglich gekürzt.

◆ Beispiel 2.9:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{11}{12} = ?$$

Lösung

$$\frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{5}^1 \cdot 11}{\cancel{5}_1 \cdot 6 \cdot \cancel{12}_3} = \frac{220}{360} = \frac{11}{18}$$

Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem der erste Bruch mit dem Kehrwert des zweiten multipliziert wird.

◆ Beispiel 2.10:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = ?$$

Lösung:

$$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Doppelbrüche

Bei einem Doppelbruch wird der mittlere Bruchstrich durch ein Divisionszeichen ersetzt und nach der Divisionsregel gerechnet.

◆ Beispiel 2.11:

$$\frac{1/4}{1/6} = ?$$

Lösung:

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Umrechnen von Brüchen

2.1 bis 2.6 Rechnen Sie in unechte Brüche um.

2.1 $3\frac{1}{2}; 4\frac{2}{3}; 5\frac{3}{4}$

2.4 $5\frac{5}{8}; 6\frac{3}{4}; 9\frac{3}{7}$

2.2 $2\frac{3}{5}; 2\frac{5}{6}; 4\frac{3}{7}$

2.5 $15\frac{3}{8}; 13\frac{2}{9}; 16\frac{1}{12}$

2.3 $7\frac{3}{5}; 9\frac{5}{6}; 8\frac{3}{10}$

2.6 $26\frac{2}{7}; 70\frac{2}{3}; 19\frac{5}{13}$

2.7 bis 2.12 Rechnen Sie in ganze oder gemischte Zahlen um.

2.7 $\frac{6}{2}, \frac{23}{3}, \frac{15}{4}$

2.10 $\frac{11}{4}, \frac{19}{5}, \frac{26}{7}$

2.8 $\frac{17}{5}, \frac{32}{6}, \frac{35}{4}$

2.11 $\frac{125}{12}, \frac{172}{13}, \frac{150}{17}$

2.9 $\frac{12}{5}, \frac{36}{7}, \frac{65}{8}$

2.12 $\frac{38}{5}, \frac{56}{13}, \frac{142}{11}$

2.13 bis 2.20 Vervollständigen Sie die Brüche.

2.13 $\frac{5}{6} = \frac{?}{48}, \frac{7}{12} = \frac{?}{72}$

2.14 $\frac{3}{5} = \frac{?}{20}, \frac{4}{7} = \frac{?}{35}$

2.15 $\frac{11}{13} = \frac{?}{91}, \frac{15}{16} = \frac{?}{48}$

2.16 $\frac{9}{11} = \frac{?}{44}, \frac{5}{12} = \frac{?}{108}$

2.17 $\frac{3}{5} = \frac{15}{?}, \frac{1}{40} = \frac{30}{?}$

2.18 $\frac{7}{8} = \frac{84}{?}, \frac{5}{6} = \frac{35}{?}$

2.19 $\frac{7}{9} = \frac{147}{?}, \frac{13}{14} = \frac{286}{?}$

2.20 $\frac{7}{5} = \frac{42}{?}, \frac{11}{12} = \frac{143}{?}$

2.21 bis 2.26 Kürzen Sie die Brüche.

2.21 $\frac{6}{12}, \frac{5}{15}, \frac{4}{16}$

2.24 $\frac{7 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15}{11 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 54}$

2.22 $\frac{6}{8}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}$

2.25 $\frac{10\,000 \cdot 12 \cdot 1\,500}{100\,000\,000}$

2.23 $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}$

2.26 $\frac{0,2 \cdot 0,3 \cdot 4 \cdot 0,5}{0,4 \cdot 0,06 \cdot 10}$

2 Rechnen mit Brüchen

2.27 bis 2.34 Rechnen Sie die Dezimalzahlen in Brüche um, kürzen Sie, wenn möglich, und rechnen Sie unechte Brüche in ganze oder gemischte Zahlen um.

2.27 0,5; 0,8; 0,9

2.28 0,4; 0,6; 0,7

2.29 0,25; 0,75; 0,85

2.30 0,35; 0,45; 0,55

2.31 0,115; 0,125; 0,375

2.32 0,175; 0,215; 0,575

2.33 1,125; 2,625; 4,125

2.34 3,125; 2,375; 4,625

2.35 bis 2.42 Rechnen Sie die Brüche in Dezimalzahlen um und runden Sie auf drei Nachkommastellen.

2.35 $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{8}$

2.39 $2\frac{1}{4}$; $4\frac{3}{7}$; $8\frac{2}{5}$

2.36 $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{8}$

2.40 $3\frac{1}{5}$; $5\frac{3}{7}$; $7\frac{1}{8}$

2.37 $\frac{9}{13}$; $\frac{7}{25}$; $\frac{8}{35}$

2.41 $6\frac{2}{23}$; $8\frac{12}{25}$; $7\frac{13}{36}$

2.38 $\frac{7}{13}$; $\frac{9}{25}$; $\frac{11}{35}$

2.42 $8\frac{3}{23}$; $9\frac{13}{25}$; $10\frac{11}{36}$

Addition und Subtraktion

2.43 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

2.52 $6 - \frac{11}{15} + \frac{3}{25}$

2.44 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$

2.53 $3 - \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$

2.45 $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}$

2.54 $3 - \frac{3}{5} - \frac{7}{12}$

2.46 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7}$

2.55 $3\frac{1}{3} + 3 - \frac{5}{6}$

2.47 $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{5}{6}$

2.56 $3\frac{7}{15} - \frac{2}{5} - \frac{11}{12}$

2.48 $\frac{2}{5} + \frac{5}{6} - \frac{3}{8}$

2.57 $4\frac{3}{5} - 3\frac{1}{3} + 2$

2.49 $4 + \frac{4}{5} - \frac{3}{20}$

2.58 $7\frac{2}{5} - 4\frac{2}{3} + 3$

2.50 $4 + \frac{4}{9} - \frac{7}{12}$

2.59 $8\frac{3}{11} - 4\frac{5}{7} + 5$

2.51 $\frac{1}{4} - \frac{5}{6} + 13$

2.60 $10\frac{5}{11} - 5\frac{4}{7} + 8$

Multiplikation und Division

2.61 $\frac{12}{7} \cdot \frac{21}{36} \cdot \frac{2}{5}$

2.63 $\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{12}$

2.62 $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{8}$

2.64 $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{4}{5}$

2.65 $2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8}$

2.71 $6\frac{3}{4} \cdot 9\frac{7}{9} \cdot 8\frac{1}{4}$

2.66 $3 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{9}$

2.72 $9\frac{3}{7} \cdot 4\frac{5}{11} \cdot 2\frac{1}{3}$

2.67 $12 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7}$

2.73 $4,8 \cdot 7\frac{1}{8} \cdot 5\frac{2}{5}$

2.68 $14 \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{8}{15}$

2.74 $5,6 \cdot 4\frac{3}{8} \cdot 5\frac{3}{5}$

2.69 $3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot 2$

2.75 $2,55 \cdot 9,24 \cdot 14\frac{3}{5}$

2.70 $5\frac{3}{5} \cdot 4\frac{2}{7} \cdot 3$

2.76 $3,33 \cdot 7,36 \cdot 8\frac{3}{4}$

Textaufgaben

2.77 Ein Auszubildender bekommt im dritten Ausbildungsjahr monatlich 384,00 € ausgezahlt. 1/3 will er sparen, und den Rest teilt er gleichmäßig für Kleidung, Freizeit und Unterhaltsbeitrag an die Eltern ein.

Wie viel € spart er, und wie hoch sind die Teilbeträge für Kleidung, Freizeit und Unterhalt?

2.78 Ein kleiner Firmenwagen verbraucht im Durchschnitt 10,8 l Benzin auf 100 km. Im Stadtverkehr liegt der Verbrauch 1/5 über dem Durchschnitt und auf der Autobahn 1/4 darunter.

Berechnen Sie den Verbrauch im Stadtverkehr und auf der Autobahn.

2.79 Eine Malerklasse macht eine 150 km lange Wanderung. Am ersten und zweiten Tag legen die Schüler jeweils 1/4, am dritten Tag 1/5, am vierten Tag 1/6 und am fünften Tag den Rest der Strecke zurück.

Berechnen Sie die Tagesstrecken in km.

2.80 Ein Auftraggeber vereinbart mit einem Malermeister, den Rechnungsbetrag von 17 455,72 € wie folgt zu zahlen: 1/4 nach Auftrags erledigung in bar, 3/5 durch Scheck und den Rest durch Überweisung nach drei Monaten.

Berechnen Sie die Einzelbeträge.

2.81 Aus einem vollen 100-Liter-Tank sollen Lösemittel in Kanister abgefüllt werden. 15 Kanister werden mit 0,7 Liter gefüllt. Für den Rest stehen 3/4-Liter-Kanister zur Verfügung.

Wie viel 3/4-Liter-Kanister können noch gefüllt werden, und wie viel Lösemittel bleibt im Tank übrig?

2 Rechnen mit Brüchen

2.82 Der Lohn eines Malergesellen und eines Auszubildenden beträgt zusammengenommen 2 456 € brutto. Der Geselle erhält $\frac{5}{7}$ und der Auszubildende den Rest.

Wie viel verdient jeder Einzelne?

2.83 Ein Pkw benötigt im Durchschnitt 11,2 l Benzin für 100 km. Auf einer 360 km langen Fahrt werden bei 225 km Autobahnfahrt $\frac{7}{8}$ des Durchschnittes und auf 45 km Bergstrecke $1\frac{1}{4}$ des Durchschnittes verbraucht. Für die Reststrecke ist genau mit dem Durchschnitt zu rechnen.

Wie hoch ist der Gesamtverbrauch?

2.84 Auf einer Klassenfahrt beraten zwei Berufsschüler über die Aufteilung des Taschengeldes, von dem jeder gleich viel mitnimmt. Wenn jeder von ihnen am ersten Tag $\frac{1}{4}$ davon und am darauffolgenden Tag $\frac{1}{3}$ seines Geldes aus gibt und schließlich am dritten Tag

vom Rest die Hälfte, dann haben sie zusammen noch 24 € übrig.

Wie viel Taschengeld hat jeder der Schüler mitgenommen?

2.85 Eine 518 m² große Wandfläche soll tapeziert werden. Davon werden $\frac{2}{5}$ mit Raufaser, $\frac{4}{7}$ mit Glasfasergewebe und der Rest der Fläche mit Reliefwandbekleidung beklebt.

Wie viel m² Raufaser, Glasfasergewebe und Reliefwandbekleidung müssen bestellt werden?

2.86 Um einen bestimmten Farbton zu mischen, werden $\frac{1}{11}$ Schwarz-, $\frac{1}{3}$ Rot- und $\frac{1}{7}$ Umbra-Anteile Abtönfarbe mit einer weißen Kunststoffdispersionsfarbe verrührt.

Welche Mengenteile werden für 76 l fertigen Beschichtungsstoff benötigt?

3 Rechnen mit dem Taschenrechner

Funktionen des Taschenrechners

Der Taschenrechner hilft in der Fachmathematik, Aufgaben schnell zu lösen. Die Prüfungen im Maler- und Lackiererhandwerk sind so ausgerichtet, dass die Rechenaufgaben in der vorgegebenen Zeit nur mit dem Taschenrechner gelöst werden können. Folgende Funktionen sollte Ihr Taschenrechner ausführen können:

Funktionszeichen / Bedeutung

<input type="button" value="on"/>	ein
<input type="button" value="off"/>	aus
<input type="button" value="+"/>	plus
<input type="button" value="-"/>	minus
<input type="button" value="×"/>	mal
<input type="button" value="÷"/>	geteilt
<input "="" type="button" value="="/>	Ergebnis
<input type="button" value="AC"/>	Gesamtlöschung
<input type="button" value="C"/>	Löschen der letzten Eingabe

<input type="button" value="+/-"/>	Vorzeichenaste
<input type="button" value="MR"/>	Speicherabruf
<input type="button" value="M+"/>	im Speicher addieren
<input type="button" value="M-"/>	im Speicher subtrahieren
<input type="button" value="MC"/>	Speicher löschen
<input type="button" value="[()]"/>	Klammern
<input type="button" value="%"/>	Prozent
<input type="button" value="√"/>	Quadratwurzel

Beachten Sie: Die in diesem und im nächsten Kapitel (Rechnen mit Klammern) stehenden Beispiele sind nicht mit jedem Taschenrechner ausführbar. Sollten Sie – bei richtiger Eingabe – nicht die angegebenen Resultate erhalten, müssten Sie ein anderes Fabrikat erwerben oder mit Zwischenergebnissen rechnen. Da das Aufmaßrechnen ein wichtiger Bestandteil der Fachmathematik für das Maler- und Lackiererhandwerk ist, empfiehlt sich die Anschaffung eines entsprechenden Rechners.

3 Rechnen mit dem Taschenrechner

Punkt- und Strichrechnung

Bei den meisten Taschenrechnern werden die Aufgaben mit den Zahlen und Rechenzeichen in der gleichen Reihenfolge eingegeben, in der sie aufgeschrieben worden sind.

◆ Beispiel 3.1:
 $53 + 4,5 - 23 = ?$

Lösung:
 $53 \boxed{+} 4,5 \boxed{-} 23 \boxed{=} \quad \boxed{34,5} = \underline{\underline{34,5}}$

◆ Beispiel 3.2:
 $7 \cdot 8 + 14 \cdot 5 = ?$

Lösung
 $7 \boxed{\times} 8 \boxed{+} 14 \boxed{\times} 5 \boxed{=} \quad \boxed{126} = \underline{\underline{126}}$

◆ Beispiel 3.3:
 $5 \cdot 7 + 15 : 3 = ?$

Lösung:
 $5 \boxed{\times} 7 \boxed{+} 15 \boxed{:} 3 \boxed{=} \quad \boxed{40} = \underline{\underline{40}}$

Überschlagsrechnen und Runden

Da bei Taschenrechnern die aktuelle Anzeige bei der Neueingabe von Zahlen verschwindet, ist es nicht möglich, vorausgegangene Eingabefehler festzustellen. Daher ist es immer notwendig, eine Überschlagsrechnung vorzunehmen. Falls nach dem Komma mehr als zwei Stellen angezeigt werden, wird das Ergebnis gerundet.

◆ Beispiel 3.4:
 $54,178 \cdot 372,69 = ?$

Lösung:
Überschlagsrechnung: $50 \cdot 400 = 20\,000$
TR-Anzeige: $\boxed{20191.599}$
gerundetes Ergebnis: $\underline{\underline{20\,191,60}}$

◆ Beispiel 3.5:
 $976,58 : 48,694 = ?$

Lösung:
Überschlagsrechnung: $1\,000 : 50 = 20$
TR-Anzeige: $\boxed{20.055448}$
gerundetes Ergebnis: $\underline{\underline{20,06}}$

Brüche

Gewöhnliche Brüche müssen in Dezimalbrüche umgewandelt werden.

◆ Beispiel 3.6:
 $\frac{3}{5} = ?$

Lösung:
 $3 \boxed{:} 5 \boxed{=} \quad \boxed{0,6} = \underline{\underline{0,6}}$

◆ Beispiel 3.7:
 $6\frac{2}{3} = ?$

Lösung:
 $2 \boxed{:} 3 \boxed{=} \boxed{+} 6 \boxed{=} \quad \boxed{6.66666} = \underline{\underline{6,67}}$

Konstante- und Speicherrechnung

Speicher

Wenn Sie den Speicher benutzen, brauchen Zwischenergebnisse nicht notiert zu werden. Den Speicher müssen Sie bei solchen Taschenrechnern einsetzen, die die Regel „Punkt- vor Strichrechnung“ nicht berücksichtigen.

◆ Beispiel 3.8:
 $15 \cdot 3 - 4 \cdot 5 + 20 : 4 = ?$

Lösung
 $15 \boxed{\times} 3 \boxed{=} \boxed{M+}$
 $4 \boxed{\times} 5 \boxed{=} \boxed{M-}$
 $20 \boxed{:} 4 \boxed{=} \boxed{M+} \boxed{MR} \quad \boxed{30} = \underline{\underline{30}}$

Bei Rechnern, die keine $\boxed{M-}$ -Taste haben, wird an deren Stelle $\boxed{+/-}$ $\boxed{M+}$ benutzt.

3 Rechnen mit dem Taschenrechner

Konstante

Werden mehrere Multiplikationen mit demselben Faktor oder eine Anzahl von Divisionen mit demselben Divisor ausgeführt, dann müssen diese gleich bleibenden Zahlen nicht ständig neu eingegeben werden. Bei der Multiplikation können nach einmaliger Eingabe eines konstanten Faktors beliebig viele Multiplikationen mit diesem Faktor abgeschlossen werden, indem nur die jeweils anderen Faktoren der Reihe nach eingegeben und mit der [=]-Taste die Ergebnisse abgerufen werden.

Auch die Division mit einem einmal eingegebenen Divisor führt der Rechner weiter aus, sofern neue Dividenden eingegeben und die Ergebnisse mit der [=]-Taste abgerufen werden.

Legt man Wert auf die Summe aus mehreren Multiplikationen und Divisionen dieser Art, dann lassen sich diese, wie zuvor angegeben, im Speicher addieren.

◆ Beispiel 3.9:

In einem Bürotrakt ist folgendes Deckenaufmaß erstellt worden:

$$\begin{aligned} &6,75 \cdot 3,55 \\ &+ 4,36 \cdot 3,55 \\ &+ 3,87 \cdot 3,55 \\ &+ 4,20 \cdot 3,55 \end{aligned}$$

Wie groß ist die zu bearbeitende Fläche?

Lösung:

$$\begin{aligned} 3,55 \times \times & 6,75 = M+ \\ & 4,36 = M+ \\ & 3,87 = M+ \\ & 4,2 = M+ \quad MR \\ & \quad \quad \quad 68,089 = \underline{\underline{68,09 \text{ m}^2}} \end{aligned}$$

◆ Beispiel 3.10:

Drei Kartons mit je 12 Tuben Abtönfarbe wurden geliefert. Der Karton mit roter Farbe kostet 82,20 €, der mit gelber 77,95 € und der mit schwarzer 68,79 €. Berechnen Sie den Preis je Tube.

Lösung:

$$\begin{aligned} 82,2 \div : \div 12 & = \boxed{6.85} = \underline{\underline{6,85 \text{ €}}} \\ 77,95 & = \boxed{6.49583333} = \underline{\underline{6,50 \text{ €}}} \\ 68,79 & = \boxed{5.7325} = \underline{\underline{5,73 \text{ €}}} \end{aligned}$$

Rechnen mit Zeiteinheiten

Da der Taschenrechner mit Zehner-Einheiten rechnet, können Minuten und Sekunden, also Sechziger-Einheiten, nicht ohne Umrechnung in den Taschenrechner eingegeben werden.

◆ Beispiel 3.11:

Ein Geselle notiert auf seinem Stundenzettel die folgenden Zeiten.

Baustelle A: 3 1/4 Std. gestrichen und Baustelle abgeräumt.

Baustelle B: 25 Min. Anfahrzeit, 35 Min. Baustelle eingerichtet, 3 3/4 Std. Untergrund zum Tapezieren vorbereitet, 1 Std. 20 Min. Wandbekleidungen vom Großhandel abgeholt.

Wie viele Stunden und Minuten hat der Geselle an diesem Tag gearbeitet?

Lösung:

Zunächst rechnen Sie die Minuten in Stunden um und addieren im Speicher:

$$\begin{aligned} 15 \div : 60 & = M+ \\ 25 & = M+ \\ 35 & = M+ \\ 45 & = M+ \\ 20 & = M+ \quad MR \quad \boxed{2.3333332} \end{aligned}$$

Sie addieren dann die geleisteten vollen Stunden:

$$\boxed{+} 7 = \boxed{9.3333332}$$

Der Geselle hat volle 9 Stunden gearbeitet. Um den Dezimalbruch in Minuten umzuwandeln, geben Sie ein:

$$\boxed{-} 9 = \boxed{\times} 60 = \boxed{19.999992}$$

Gesamtarbeitszeit 9 Std. 20 Min.